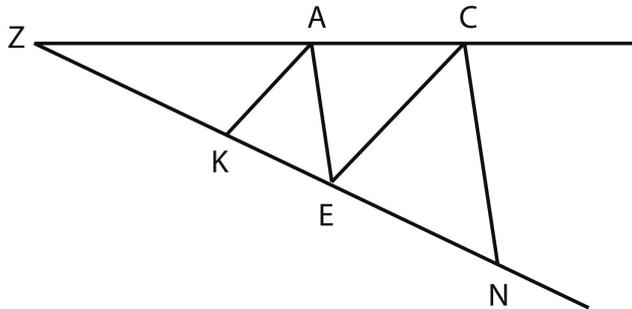


Aufgaben zum Strahlensatz

1 In folgender Figur gilt: $\overline{KA} // \overline{EC}$, $\overline{EA} // \overline{NC}$, $|\overline{ZN}| = 54 \text{ LE}$, $|\overline{ZE}| = 36 \text{ LE}$, $|\overline{ZA}| = 24 \text{ LE}$.

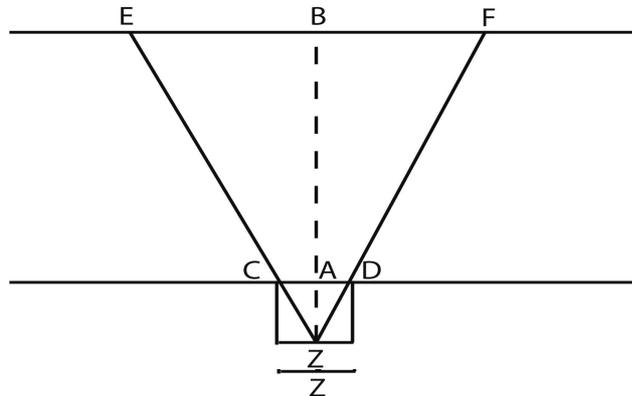
Bestimmen Sie $|\overline{AC}|$ und $|\overline{ZK}|$.



2 Ein Detektiv steht in einer Hauseinfahrt verborgen (siehe nachfolgende Figur).

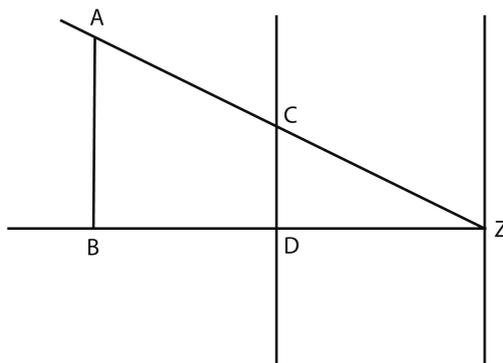
Bestimmen Sie, wie viel der gegenüberliegenden Seite ($|\overline{EF}|$) er überblicken kann.

Dabei gilt: $|\overline{CD}| = 4 \text{ m}$, $|\overline{ZA}| = 3 \text{ m}$ und $|\overline{AB}| = 12 \text{ m}$.



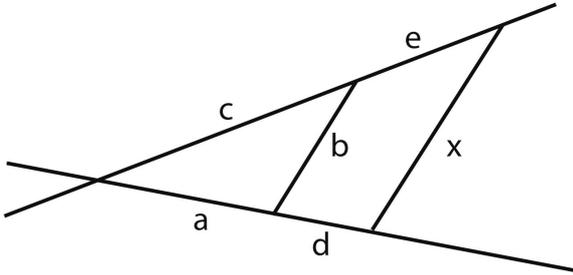
3 In folgender Figur gilt: $\overline{AB} // \overline{CD}$, $|\overline{AB}| = 34 \text{ m}$, $|\overline{CD}| = 24 \text{ m}$, $|\overline{BD}| = 20 \text{ m}$

Bestimmen Sie die Breite \overline{ZD} des Flusses.

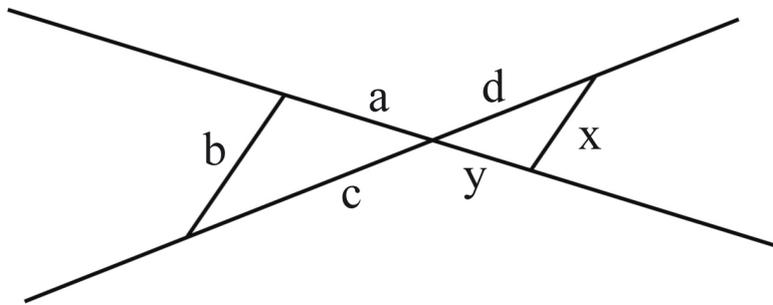


- 4 In folgender Figur gilt: $a=4,5$ cm, $b=3,5$ cm, $c=2$ cm, $d=3$ cm, $e=1\frac{1}{3}$ cm.

Berechnen Sie die Länge der Strecke x .



- 5 In folgender Figur gilt: $a=6,5$ cm, $b=9,5$ cm, $c=7$ cm, $d=5$ cm.
Berechnen Sie die Längen der Strecken x und y .

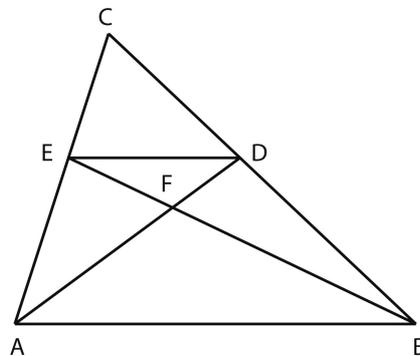


- 6 In folgender Figur gilt:

$$\overline{ED} \parallel \overline{AB}, |\overline{AB}| = 6 \text{ cm}, |\overline{ED}| = 4 \text{ cm}, |\overline{EB}| = 8 \text{ cm},$$

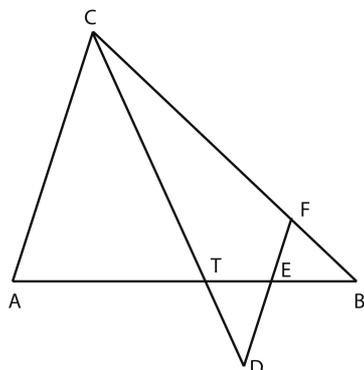
$$|\overline{FD}| = 3 \text{ cm}, |\overline{AE}| = 7 \text{ cm}, |\overline{BC}| = 12 \text{ cm}$$

Berechnen Sie die Längen der Strecken \overline{AF} , \overline{BF} , \overline{CD} und \overline{AC} .



7.0 In folgender Figur gilt:

$$\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{EF}|} = \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{CF}|} = 3,5 \text{ cm}, |\overline{CF}| = 5,2 \text{ cm}, |\overline{FE}| = |\overline{ED}| = 1,5 \text{ cm}, |\overline{TE}| = 2,1 \text{ cm}.$$



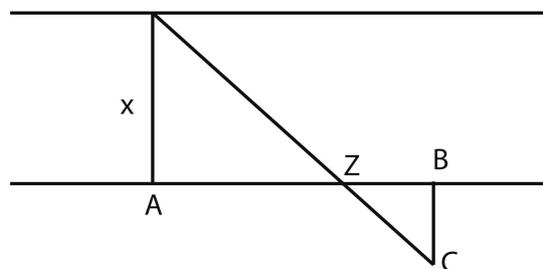
7.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken \overline{BF} , \overline{AT} und \overline{BE}

7.2 Bestimmen Sie, in welchem Verhältnis der Punkt T die Strecke \overline{CD} teilt.

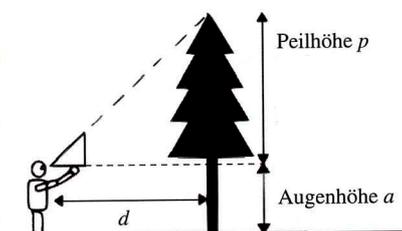
8 Ein Maibaum wirft im ebenen Gelände bei einem bestimmten Sonnenstand einen Schatten von 9m. Hans (Körpergröße 1,76m) stellt sich so auf, dass seine Schattengrenze mit der des Maibaumes übereinstimmt. Er ist dann 8,5m vom Maibaum entfernt. Ermitteln Sie die Höhe des Maibaumes.

9 Die Breite eines Flusses kann nach dem Verfahren von folgender Figur bestimmt werden. In dieser Figur gilt: $|\overline{AZ}| = 80 \text{ m}$, $|\overline{AB}| = 100 \text{ m}$, $|\overline{BC}| = 15 \text{ m}$.

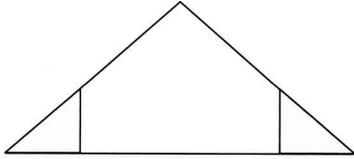
Berechnen Sie die Breite x des Flusses.



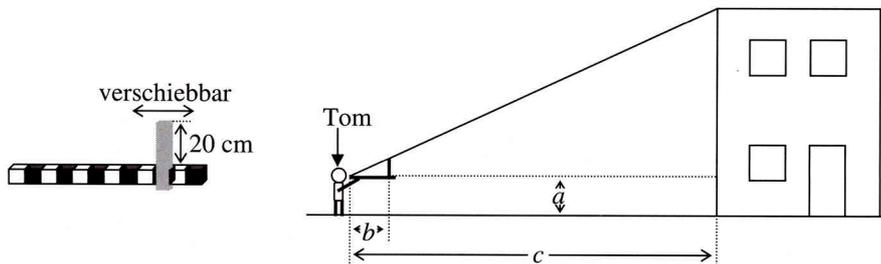
10 Um die Höhe von Bäumen zu bestimmen, benutzen Förster und Waldarbeiter heute noch sogenannte Försterdreiecke. Es ist sinnvoll, dass diese gleichschenkelig sind. Zuerst markiert der Förster die Augenhöhe a am Baum. Diese Markierung peilt er mit der Unterseite des Försterdreiecks an. Anschließend entfernt sich der Förster so weit vom Baum, bis er mit der oberen Spitze des Försterdreiecks die Baumspitze anpeilen kann. Ermitteln Sie, wie man dann mithilfe des Strahlensatzes ganz einfach die Höhe des Baumes bestimmen kann.



- 11 Ein Dachgeschoss soll als Wohnraum genutzt werden. Das Dach ist 9,8 m breit und in der Mitte 3,5 m hoch. Der Wohnraum soll in der Breite so weit reichen, dass die Höhe am Rand noch 1,5 m ist. Ermitteln Sie, wie breit der Wohnraum wird.

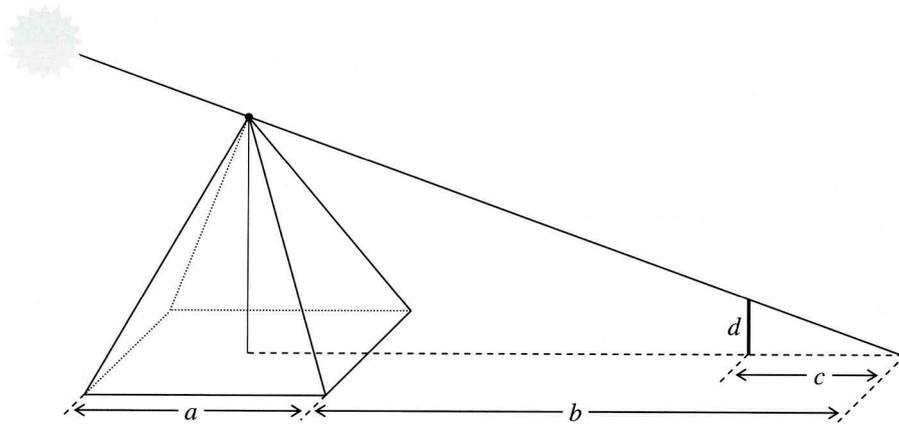


- 12.0 Die nachstehende Abbildung zeigt ein einfaches Peilgerät, das man zur Bestimmung von Höhen einsetzen kann.



- 12.1 Tom visiert mithilfe des verschiebbaren Querstabs das Dach eines Hauses an und misst die Längen a , b und c : $a = 1,8$ m, $b = 30$ cm und $c = 10,8$ m. Berechnen Sie die Höhe des Hauses.
- 12.2 Bei einer zweiten Messung bemerkt Tom nicht, dass er das Peilgerät nicht ganz waagrecht hält und er misst diesmal $b = 29$ cm. Ermitteln Sie, um wie viel Prozent die aus diesem Messwert resultierende Haushöhe von der in 12.1 bestimmten Höhe abweicht.

13.0 Thales von Milet (um 600 v.Chr.) erwarb sich auf seinen Reisen nach Babylonien und Ägypten vielfältige mathematische Kenntnisse und Methoden. Aus Berichten weiß man, er die Höhe der ägyptischen Pyramiden durch einfache Messung bestimmen konnte. Er brauchte nur einen Stab und ein wenig Sonne.



13.1 Erklären Sie anhand der Zeichnung, wie er das gemacht hat.

13.2 Für die Cheopspyramide erhielt er folgende Messwerte:

$a = 230 \text{ m}$, $b = 125 \text{ m}$, $c = 5 \text{ m}$ und $d = 3 \text{ m}$.

Berechnen Sie die Höhe der Pyramide.

Lösungen

1

$$|\overline{AC}|: \text{ betrachte Figur ZENCA} \Rightarrow \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{ZA}|} = \frac{|\overline{EN}|}{|\overline{ZE}|} \Rightarrow |\overline{AC}| = \frac{|\overline{EN}|}{|\overline{ZE}|} \cdot |\overline{ZA}|$$

$$\text{Berechnung von } |\overline{EN}|: |\overline{EN}| = |\overline{ZN}| - |\overline{ZE}| \Rightarrow |\overline{EN}| = 54 - 36 = 18\text{LE}$$

$$\Rightarrow |\overline{AC}| = \frac{18}{36} \cdot 24 = 12\text{LE}$$

$$|\overline{ZK}|: \text{ betrachte Figur ZKECA} \Rightarrow \frac{|\overline{ZK}|}{|\overline{ZE}|} = \frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZC}|} \Rightarrow |\overline{ZK}| = \frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZC}|} \cdot |\overline{ZE}|$$

$$\text{Berechnung von } |\overline{ZC}|: |\overline{ZC}| = |\overline{ZA}| + |\overline{AC}| = 24 + 12 = 36\text{LE}$$

$$\Rightarrow |\overline{ZK}| = \frac{24}{36} \cdot 36 = 24\text{LE}$$

$$2 \quad \frac{|\overline{EF}|}{|\overline{CD}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{ZA}|} \Rightarrow |\overline{EF}| = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{ZA}|} \cdot |\overline{CD}| \Rightarrow |\overline{EF}| = \frac{15}{3} \cdot 4 = 20\text{m}$$

3

$$\frac{|\overline{ZD}|}{|\overline{ZB}|} = \frac{|\overline{CD}|}{|\overline{AB}|} \Rightarrow \frac{x}{x+20} = \frac{24}{34} \Rightarrow 34x = 24(x+20)$$

$$\Rightarrow 34x = 24x + 480 \Rightarrow 10x = 480 \Rightarrow x = 48$$

Die Flussbreite beträgt 48m

$$4 \quad \frac{x}{b} = \frac{a+d}{a} \Rightarrow x = \frac{a+d}{a} \cdot b \Rightarrow x = \frac{4,5+3}{4,5} \cdot 3,5 = 5\frac{5}{6}$$

5

$$\frac{y}{a} = \frac{d}{c} \Rightarrow y = \frac{d}{c} \cdot a \Rightarrow y = \frac{5}{7} \cdot 6,5 = 4\frac{9}{14}$$

$$\frac{x}{b} = \frac{d}{c} \Rightarrow x = \frac{d}{c} \cdot b \Rightarrow x = \frac{5}{7} \cdot 9,5 = 6\frac{11}{14}$$

6

$$|\overline{AF}| : \frac{|\overline{AF}|}{|\overline{FD}|} = \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{ED}|} \Rightarrow |\overline{AF}| = \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{ED}|} \cdot |\overline{FD}| \Rightarrow |\overline{AF}| = \frac{6}{4} \cdot 3 = 4,5 \text{ cm}$$

$$|\overline{BF}| : \frac{|\overline{BF}|}{|\overline{BE}|} = \frac{|\overline{AF}|}{|\overline{AD}|} \Rightarrow |\overline{BF}| = \frac{|\overline{AF}|}{|\overline{AD}|} \cdot |\overline{BE}| \Rightarrow |\overline{BF}| = \frac{4,5}{7,5} \cdot 8 = 4,8 \text{ cm}$$

$$|\overline{CD}| : \frac{|\overline{CD}|}{|\overline{CB}|} = \frac{|\overline{ED}|}{|\overline{AB}|} \Rightarrow |\overline{CD}| = \frac{|\overline{ED}|}{|\overline{AB}|} \cdot |\overline{CB}| \Rightarrow |\overline{CD}| = \frac{4}{6} \cdot 12 = 8 \text{ cm}$$

$$|\overline{AC}| : \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{CE}|} = \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{ED}|} \Rightarrow \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AC}| - |\overline{AE}|} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AC}| - 7} = \frac{6}{4} \Rightarrow 4 \cdot |\overline{AC}| = 6 \cdot (|\overline{AC}| - 7)$$

$$\Rightarrow 4 \cdot |\overline{AC}| = 6 \cdot |\overline{AC}| - 42 \Rightarrow 2 \cdot |\overline{AC}| = 42 \Rightarrow |\overline{AC}| = 21$$

7.1

$$\frac{|\overline{BF}|}{|\overline{BC}|} = \frac{|\overline{EF}|}{|\overline{AC}|} \Rightarrow |\overline{BF}| = \frac{|\overline{EF}|}{|\overline{AC}|} \cdot |\overline{BC}| \Rightarrow |\overline{BF}| = \frac{1,5}{3,5} \cdot (x + 5,2)$$

$$\Rightarrow 3,5x = 1,5(x + 5,2) \Rightarrow 3,5x = 1,5x + 7,8 \Rightarrow 2x = 7,8 \Rightarrow x = 3,9 \text{ cm} = \overline{BF}$$

$$\frac{|\overline{AT}|}{|\overline{TE}|} = \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{DE}|} \Rightarrow |\overline{AT}| = \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{DE}|} \cdot |\overline{TE}| \Rightarrow |\overline{AT}| = \frac{3,5}{1,5} \cdot 2,1 = 4,9 \text{ cm}$$

$$\frac{|\overline{BE}|}{|\overline{BA}|} = \frac{|\overline{EF}|}{|\overline{AC}|} \Rightarrow \frac{z}{z + 2,1 + 4,9} = \frac{1,5}{3,5} \Rightarrow \frac{z}{z + 7} = \frac{1,5}{3,5}$$

$$\Rightarrow 3,5z = 1,5(z + 7) \Rightarrow 3,5z = 1,5z + 10,5 \Rightarrow 2z = 10,5$$

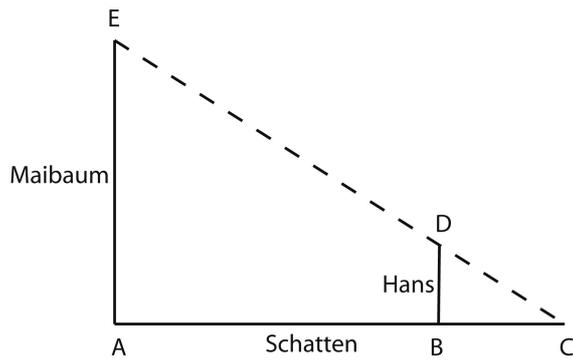
$$\Rightarrow z = 5,25 \text{ cm} = |\overline{BE}|$$

7.2

$$\frac{|\overline{CT}|}{|\overline{TD}|} = \frac{|\overline{AT}|}{|\overline{TE}|} \Rightarrow \frac{|\overline{CT}|}{|\overline{TD}|} = \frac{4,9}{2,1} = \frac{49}{21} = \frac{7}{3}$$

Der Punkt T teilt die Strecke \overline{CD} im Verhältnis 7:3.

8



$$\frac{|\overline{AE}|}{|\overline{BD}|} = \frac{|\overline{CA}|}{|\overline{CB}|} \Rightarrow |\overline{AE}| = \frac{|\overline{CA}|}{|\overline{CB}|} \cdot |\overline{BD}|$$

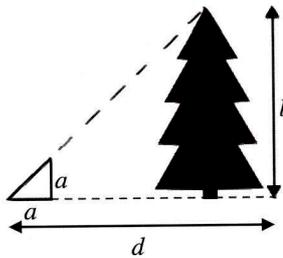
$$\Rightarrow |\overline{CB}| = |\overline{CA}| - |\overline{BA}| = 9 - 8,5 = 0,5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow |\overline{AE}| = \frac{9}{0,5} \cdot 1,76 = 31,68 \text{ m}$$

Der Maibaum ist 31,68 m hoch.

$$9 \quad \frac{x}{|\overline{BC}|} = \frac{|\overline{AZ}|}{|\overline{ZB}|} \Rightarrow x = \frac{|\overline{AZ}|}{|\overline{ZB}|} \cdot |\overline{BC}| \Rightarrow x = \frac{80}{100 - 80} \cdot 15 = \frac{80}{20} \cdot 15 = 60 \text{ m}$$

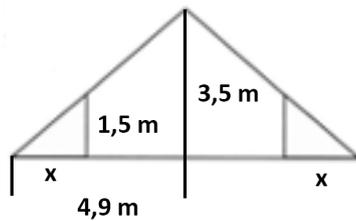
10



$$\frac{d}{a} = \frac{p}{a} \Rightarrow d = p \quad (\text{besonders einfach, wenn das Dreieck gleichschenkelig ist})$$

$$\Rightarrow \text{Höhe} = \text{Entfernung } (d) + \text{Augenhöhe}$$

11



$$\frac{x}{4,9} = \frac{1,5}{3,5} \Rightarrow x = \frac{1,5}{3,5} \cdot 4,9 = 2,1$$

\Rightarrow Der Raum wird $9,80 - 2 \cdot 2,1 = 5,60$ m breit.

$$12.1 \quad \frac{x}{20} = \frac{c}{b} \Rightarrow x = \frac{1080}{30} \cdot 20 = 720 \text{ cm} \Rightarrow \text{Höhe des Hauses : } 720 + 180 = 900 \text{ cm} = 9 \text{ m}$$

12.2

$$\frac{x}{20} = \frac{c}{b} \Rightarrow x = \frac{1080}{29} \cdot 20 = \frac{21600}{29} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{Höhe des Hauses : } \frac{21600}{29} + 180 = \frac{26820}{29} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{26820}{29}}{9} = \frac{2980}{29} \approx 102,76$$

\Rightarrow Der Messwert weicht um etwa 2,8 % von der tatsächlichen Höhe ab.

13.1 Er stellte den Stab senkrecht auf, so dass das Ende des Schattens des Stabes und des Schattens der Pyramide zusammenfallen. Danach misst er die angegebenen Längen und kann mithilfe des Strahlensatzes die Höhe der Pyramide bestimmen.

$$13.2 \quad \frac{h}{d} = \frac{b + \frac{1}{2}a}{c} \Rightarrow h = \frac{125 + 115}{5} \cdot 3 = 144 \text{ m}$$